me (4') il numero *m* è impari, donde risulta che il secondo membro della (5') non può mai essere zero indipendentemente da a.

È facile rendersi ragione a *priori* della differenza che passa, sotto questo punto di vista, fra le curve di grado pari e quelle di grado impari. Abbiasi infatti un fascio di *p* rette divergenti da un punto fisso, in modo che le direzioni dei segmenti positivi

contati sovr'esse dal punto stesso fQrmino angoli uguali a — . In tale stato di cose i

prodotti reciproci dei segmenti determinati su queste *p* rette avranno valori determinati, che indicheremo per un momento con h_y , h_2, ... h_p. Supponiamo ora che questo

fascio venga ruotato di un angolo uguale ad — , cosicché la retta che in esso era contata

come i[a], passi ad occupare il posto della r-esima. In tal caso è chiaro che le prime *p* — $_r$ -f- i rette del secondo fascio concideranno colle ultime *p* — *r* -|~ i del primo, tanto rispetto alla direzione assoluta che rispetto al senso dei segmenti positivi : ma le ultime *r* — i rette del 2° fascio, sovrapponendosi alle prime *r* — i del i°, avranno i loro segmenti positivi contati in senso contrario, cosicché i prodotti reciproci relativi ad esse saranno

(- O-*,, (-O"*,, • • - (-0"*M-

Quando dunque *n è* impari, questi prodotti cambiano segno, e la somma ^ *h* può assumere in generale *2p* valori differenti (a due a due eguali e di segno contrario), secondo che si assume come direzione iniziale del fascio l'una o l'altra delle *2p* direzioni considerate. È chiaro dunque che la media — ^T *h* non può rimanere costante quando la curva è di grado impari.

2 7T

D'altra parte se si considerassero invece *p* direzioni formanti angoli uguali a — ,

si vedrebbe analogamente, facendo ruotare il fascio per una mezza circonferenza, che tutti i prodotti reciproci mutano segno, laonde non potrebbe la loro somma rimaner costante a meno che non fosse costantemente nulla. Questo o ciò che appunto accade ; come si verifica ponendo 2 TU in luogo di TC nella (5'), nel qual caso la somma

è sempre nulla, qualunque sia *m,* del pari che l'analoga somma formata coi coseni.

Ciò nondimeno si può trar partito dal teorema trovato per

le curve di grado pari, per ricavarne uno dello stesso genere rispetto a quelle del grado impari.

Infatti se *U(X,* F) è un polinomio di grado impari n_y l'equazione

si deve considerare come rappresentante una curva di grado pari 2w, che risulta dal